

Problème 377 – Des quilles de bowling bien positionnées

Niveau : Seconde

Chapitres : Vecteurs, Repérage dans le plan

Inédit, publié le 20/04/2023



Qu'il soit un sport ou un simple loisir en famille ou entre amis, le bowling est très simple à comprendre : il suffit de jeter une boule pour faire tomber le maximum de quilles parmi les 10 qui sont disposées au bout d'une piste. Plus facile à dire qu'à faire, car très nombreux facteurs influent sur la trajectoire de la boule alors même que la disposition des 10 quilles est toujours strictement la même. Dans ce problème, on va justement analyser cette disposition.

Les dix quilles, numérotées de 1 à 10, sont disposées sur 4 rangées de manière parfaitement régulière pour former un triangle équilatéral lui-même maillé de petits triangles équilatéraux (voir figure en **Annexe**). On imagine que les 10 quilles sont posées sur les nœuds de cette maille qui s'assimile à un repère (A, \vec{u}, \vec{v}) , où $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$ sont les positions où sont respectivement posées les quilles 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, et où $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ (l'unité du repère est donc la longueur d'un côté d'un petit triangle équilatéral).

1) Donner sans justifier les coordonnées dans le repère (A, \vec{u}, \vec{v}) de tous les points où sont positionnées les 10 quilles.

2) a) Calculer dans ce repère les coordonnées du point K, situé à mi-chemin entre les quilles 1 et 7.
b) Montrer que le point K est aligné avec les positions des quilles 5 et 10.

3) a) On déplace la quille 4 pour la mettre à la place de la quille 5. Exprimer en fonction de \vec{u} et \vec{v} le vecteur associé à la translation effectuée.

b) De même on déplace la quille 8 pour la mettre à la place de la quille 10. Exprimer en fonction de \vec{u} et \vec{v} le vecteur associé à la translation effectuée.

- c) Justifier alors que les deux vecteurs trouvés aux questions 3.a) et 3.b) sont colinéaires.
- d) Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère formé par les quilles 4, 5, 8 et 10?
- 4) a) Montrer que les positions des quilles 2, 4, 9, 6 forment un parallélogramme au centre duquel se situe la quille 5.
- b) Montrer que ce parallélogramme est également un rectangle.
- 5) Mathilde, élève de 2^{nde}, étudie le potentiel déplacement de la quille 1 vers la position de la quille 5. Elle calcule pour cela la longueur AE. Elle propose le raisonnement suivant :

$$AE = \sqrt{(x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2}$$

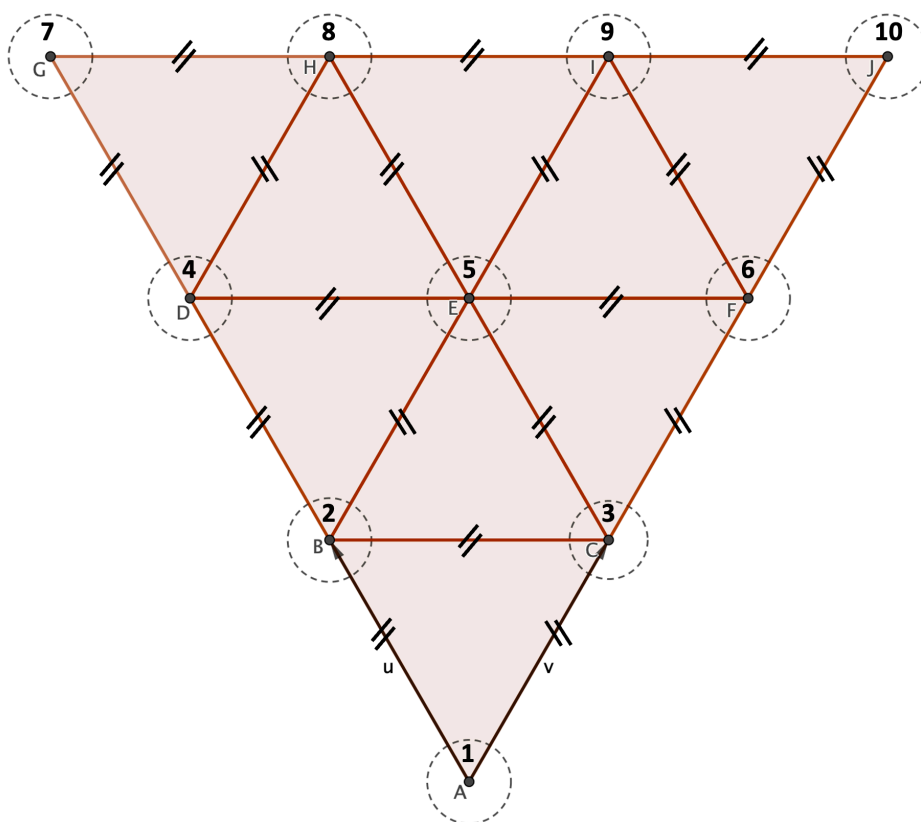
$$AE = \sqrt{(1 - 0)^2 + (1 - 0)^2}$$

$$AE = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

$$AE = \sqrt{2}$$

Que pensez-vous du raisonnement de Mathilde ?

Annexe



*A, B, D, G / A, C, F, J / G, H, I, J sont alignés.
E est aligné respectivement avec B et I, C et H puis D et F.*